

HOTEL DE HILBERT

Os conjuntos infinitos sempre têm um lado atraente: atentam contra a intuição. Suponhamos que houvesse um número infinito de pessoas no mundo. E suponhamos também que, numa determinada cidade, houvesse um hotel que tivesse infinitos quartos. Esses quartos estão numerados, e a cada um corresponde um número natural. Assim, o primeiro leva o número 1, o segundo, o 2, o terceiro, o 3 etc. Ou seja: na porta de cada quarto há uma placa com um número que serve de identificação.

Agora, suponhamos que *todos* os quartos estejam ocupados, somente uma pessoa por cada um. Num determinado momento, chega ao hotel um homem com aspecto de muito cansado. É tarde da noite e tudo o que ele espera é acabar rapidamente a papelada para ir descansar. Quando o funcionário da recepção lhe diz: “Infelizmente não temos nenhum quarto disponível, todos os quartos estão ocupados”, o recém-chegado não consegue acreditar. E pergunta:

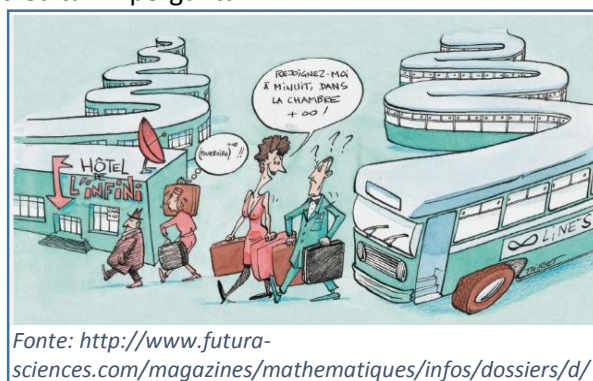
– Mas como... Vocês não têm infinitos quartos?

– Sim – responde a recepcionista do hotel.

– Então, como você me diz que não há quartos disponíveis?

– Pois é, senhor. Estão todos ocupados.

– Veja. O que você está me dizendo não tem sentido. Se você não tem a solução para o problema, eu a ajudo.



E aqui convém que vocês pensem na resposta. Pode ser correta a resposta da recepcionista – “não há mais lugar” –, se o hotel tem infinitos quartos? Vocês têm alguma ideia de solução?

Aqui vai:

– Veja – continuou o viajante –, chame a pessoa do quarto número 1 e diga-lhe que passe para o que tem o número 2; a pessoa que está no quarto 2, que vá para o 3; a do 3, que passe para o 4, e assim por diante. Dessa forma, todas as pessoas continuarão tendo um quarto, que “não dividirão” com ninguém (tal como antes), mas com a diferença de que agora um quarto ficará livre: o número 1.

A funcionária olhou-o incrédula, mas compreendeu o que o viajante dizia. E o problema foi resolvido.

Agora, mais alguns problemas:

- Se em vez de chegar um hóspede, chegassem dois, o que aconteceria? O problema teria solução?
- E se, em vez de dois, chegassem cem?
- Como seria possível resolver o problema se chegassem n viajantes inesperadamente durante a noite (sendo n um número qualquer)? O problema sempre tem solução, qualquer que seja o número de pessoas que apareçam em busca de um canto para dormir?
- E se chegassem *infinitas* pessoas? O que aconteceria nesse caso?

Extraído de: [PAENZA, Adrián. **Matemática... cadê você?**: Sobre números, personagens, problemas e curiosidades. 1 ed. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 2009.]

DESAFIO: No item d, lhes é perguntado o que acontece no caso em que chegam infinitas pessoas (num ônibus infinito, por exemplo). Eis uma provocação selvagem à intuição: E caso chegassem ao hotel, uma infinidade de ônibus com uma infinidade de passageiros cada. O que fazer?